https://www.sworldjournal.com/index.php/swj/article/view/swj31-02-017
DOI: 10.30888/2663-5712.2025-31-02-017

УДК 512.543

ON THE GENERABILITY AND SERIES OF GENERATORS SYSTEMS FOR AUTOMATON PERMUTATION GROUPS

ПРО ПОРОДЖУВАНІСТЬ ТА СЕРІЇ СИСТЕМ ТВІРНИХ ГРУП АВТОМАТНИХ ПІДСТАНОВОК

SikoraV.S. / Сікора В.С.
c.ph.-math..sc., doc. / к.ф.-м.н., доц.
ORCID: 0000-0002-5283-8759
Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, Ukraine,
Chernivtsi, vul. Universytetska,28, 58000
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Україна,
Чернівці, вул. Університетська, 28, 58000

Анотація. *У статті досліджується питання побудови систем твірних груп автоматних підстановок, які діють на множині всіх слів над даним алфавітом або на множині слів довжини* r $(r \in \mathbf{N})$ *над цим алфавітом. Встановлено, що група, індукована автоматними підстановками на множині слів довжини* r, *має мінімальну базу, яка складається рівно з* r *елементів. Побудовано коректне доведення нескінченної породжуваності основних груп автоматних підстановок. Наведено нові серії систем твірних груп автоматних підстановок.*

Ключові слова: *система твірних, група автоматних підстановок, скінченні автоматні підстановки, незвідні системи твірних.*

Вступ.

Деякі початкові відомості про групи всіх автоматних підстановок над заданим алфавітом можна знайти в роботах [1–4]. Зокрема, в [3] встановлено, що їх можна конструювати зі симетричних груп, використовуючи операцію вінцевого добутку, тобто при вивченні груп автоматних підстановок можна застосовувати добре розвинену теорію вінцевих добутків.

Об'єктом дослідження даної праці, яка продовжує дослідження робіт [7, 9, 10], є питання побудови системи твірних для групи фінітних автоматних підстановок.

Постановка задачі. Допоміжні твердження. Нехай задано два автомати

$$A_1 = < Q_1, X_1, Y_1, \delta_1, \lambda_1 >, \; A_2 = < Q_2, X_2, Y_2, \delta_2, \lambda_2 >$$

такі, що вхідний алфавіт другого з цих автоматів збігається з вихідним алфавітом першого (тобто, що $X_2 = Y_1$). Наведемо означення, леми та теореми з робіт [7, 9, 10], які знадобляться нам для подальших досліджень.

Означення 1 [2]. Суперпозицією $A_1 \cdot A_2$ автоматів A_1 та A_2 називається автомат $B = < Q, X_1, Y_2, \delta, \lambda >$, множина станів Q якого збігається з добутком $Q_2 \times Q_1$ множин станів автоматів A_1 та A_2. При цьому для довільного стану $q = (q_2, q_1) \in Q$ та довільного вхідного сигналу $x \in X_1$ автомата B значення функцій переходів та виходів автомата B визначаються зі співвідношень:

$$\delta(q,x) = (\delta_2(q_2, \lambda_1(q_1,x)), \delta_1(q_1,x)),\ \lambda(q,x) = \lambda_2(q_2, \lambda_1(q_2,x)). \qquad (1)$$

Лема 1 [6]. *Добуток автоматних відображень є автоматним відображенням. Обернене до бієктивного автоматного відображення також є автоматним.*

Таким чином, всі автоматні бієктивні відображення над алфавітом X утворюють групу, яку називають *групою автоматних підстановок* над алфавітом X і позначають $A(X)$. Згідно з вищенаведеним, маємо

$$A(X) \simeq \mathrm{Aut}\ T(X),$$

де символом $\mathrm{Aut}\ T(X)$ позначено групу автоморфізмів дерева $T(X)$.

Означення 2 [5]. Перетворення $f : X^* \to X^*$ називається фінітарним, якщо існує таке натуральне число m, що для довільного слова $\omega \in X^*$ його образ $f(\omega)$ відрізняється від ω не більше, ніж першими m літерами.

Лема 2 [5]. *Кожне фінітарне перетворення є скінченно автоматним. Усі фінітарні перетворення утворюють підгрупу в групі $K(X)$ всіх скінченно автоматних підстановок, яку позначають $F(X)$.*

Нехай $X^{(r)}$ — підмножина X^*, яка складається зі слів довжини точно r. Згідно з лемою 1.9 з [8], ця підмножина є інваріантною відносно перетворення $A(X)$, тобто можна розглянути групу перетворень $(A(X), X^{(r)})$. Якщо J_r – ядро цього перетворення, то фактор-група $A^{(r)}(X) = A(X) / J_r$ діє на $X^{(r)}$ точно. Аналогічно, фактор-групи

$$K^{(r)}(X) = K(X) / J_r \cap K(X),\ F^{(r)}(X) = F(X) / J_r \cap F(X)$$

також діють точно на $X^{(r)}$.

Лема 3 [9]**.** *Для довільного* $r \in \mathbf{N}$ *мають місце рівності*

$$K^{(r)}(X) = F^{(r)}(X) = A^{(r)}(X).$$

Далі, для довільного $r \in \mathbf{N}$ можна визначити природну проєкцію (епіморфізм) $\varphi_r : A^{(r+1)}(X) \to A^{(r)}(X)$, та природний мономорфізм $\psi_r : A^{(r)}(X) \to A^{(r+1)}(X)$. Тим самим задано два спектри груп: прямий $(A^{(r)}(X);\psi_r)_{r\in\mathbf{N}}$, та обернений $(A^{(r)}(X);\varphi_r)_{r\in\mathbf{N}}$. Отже, можна говорити про х граничні групи (означення див. [10]).

Лема 4[9]**.** *Мають місце такі співвідношення:*

$$(i)\ \lim_{\rightarrow}(A^{(r)}(X),\psi_r) \simeq F(X);$$

$$(ii)\ \lim_{\leftarrow}(A^{(r)}(X),\varphi_r) \simeq A(X).$$

Лема 5 [9]**.** *Для довільного* $r \in \mathbf{N}$ *група* $(A^{(r)}(X), X^{(r)})$, $\mathrm{card}(X) = n$, *ізоморфна (як група перетворень)* r*-му вінцевому степеню симетричної групи* $S(X)$*. Група* $(A(X), X^{*})$, $\mathrm{card}(X) = n$, *ізоморфна (як група перетворень) вінцевому степеню* $\wr_{i=1}^{\infty} S(X)^{(i)}$ *нескінченної послідовності симетричних груп степеня* n *в його інтранзитивній реалізації. Група* $(K(X), X^{*})$, $\mathrm{card}(X) = n$, *ізоморфна (як група перетворень) обмеженому вінцевому степеню (b)* $\wr_{i=1}^{\infty} S(X)^{(i)}$ *в його інтранзитивній реалізації. Група* $(F(X), X^{*})$, $\mathrm{card}(X) = n$, *ізоморфна (як група перетворень) фінітарному вінцевому добутку* $(F)\wr_{i=1}^{\infty} S(X)^{(i)}$.

На групі $A(X)$ природно вводиться метрика (див. [4, 6]). А саме, якщо перетворення з $A(X)$ задаються таблицями, то відстань між ними дорівнює η^k, де η, $(0 < \eta < 1)$ — фіксоване число, а k — довжина спільного початку таблиць. Тим самим група $A(X)$ перетворюється в метричну групу і є повним метричним простором.

Лема 6[9]**.** *Підгрупа* $F(X)$ *є всюди щільною в підгрупі* $A(X)$.

Згідно з лемою 4, група $A^{(r)}(X)$ ізоморфна вінцевому добутку r симетричних груп степеня n $(n=(X))$: $A^{(r)}(X)\simeq\underbrace{S_n\wr S_n\wr\ldots\wr S_n}_{r}=:S(n,r)$.

Отже, $A^{(r)}(X)$ має степінь n^r і порядок $(n!)^{1+n+n^2+\ldots+n^{r-1}}$, при цьому діє на множині слів довжини r транзитивно та імпримітивно. Для кожного цілого k $(1\le k\le r)$ група $A^{(r)}(X)$ містить підгрупу k-координатних таблиць, тобто таблиць вигляду $[\varepsilon,\ldots,\varepsilon,g_k(x_1,x_2,\ldots,x_{k-1}),\varepsilon,\ldots,\varepsilon]$, яка ізоморфна n^{k-1}-му степеню симетричної групи S_n.

Розглянемо спочатку системи твірних групи $A^{(r)}(X)$, які складаються лише з координатних таблиць. Для цього в симетричній групі S_n фіксуємо деяку систему твірних $\Pi=\{\pi_1,\pi_2,\ldots,\pi_s\}$ і розглянемо таблиці вигляду

$$u_r(\overline{x}_{k-1}^{0,l},k,\pi_l)=[\varepsilon,\ldots,\varepsilon,h_{k,l}(x_1,\ldots,x_{k-1}),\varepsilon,\ldots,\varepsilon], \qquad (2)$$

в яких

$$h_{k,l}(x_1,\ldots,x_{k-1})=\begin{cases}\pi_l, & \text{якщо} \quad (x_1,\ldots,x_{k-1})=\overline{x}_{k-1}^{0,l},\\ \varepsilon & \text{у решті випадків,}\end{cases} \qquad (3)$$

де ε – одиничний елемент групи S_n, $\overline{x}_{k-1}^{0,l}=(x_{1,l}^0,\ldots,x_{k-1,l}^0)$ — фіксований кортеж, $l=1,2,\ldots,s$, $k=1,2,\ldots,r$.

Теорема 1[9]. *Система елементів, визначених формулами (2) та (3), є системою твірних групи $S(n,r)$ при довільному виборі кортежів $\overline{x}_k^{0,l}$ $(1\le k\le r-1$, $1\le l\le s)$. Ця система буде незвідною тоді й тільки тоді, коли система Π буде незвідною.*

Оскільки симетрична група S_n породжується двома підстановками – такими, наприклад, будуть пари $(1,2)$, $(1,2,\ldots,n)$ або $(1,2,\ldots,n-1)$, $(1,2,\ldots,n)$ – то група $S(n,r)$, а отже і $A^{(r)}(X)$, має незвідні системи твірних вигляду (2), які містять $2r$ підстановок.

Нагадаємо, що комутатор елементів a,b групи G визначається як $(a,b)=a\cdot b\cdot a^{-1}\cdot b^{-1}$, а підгрупа, породжена всіма комутаторами, називається *комутантом* G і позначається G'. Оскільки група G' є найменшою за включенням підгрупою такою, що фактор-група G/G' — абелева, то цю останню називають *абелізацією* групи G [7, 8]. Зокрема, комутантом симетричної групи S_n є знакозмінна група A_n, тобто абелізацією S_n буде циклічна група другого порядку. Для того, щоб описати абелізацію групи $S(n,r)$, охарактеризуємо спочатку комутант цієї групи. Нехай $\sigma = \prod f(\overline{x}_r)$ – добуток всіх значень деякої координатної функції, взятих у певному порядку. Підстановка σ є або парною, або непарною і ця властивість не залежить від порядку множників. Із означення оператора $\prod$ випливає:

(i) якщо $\prod f(\overline{x}_r) \in A_n$, то для довільної таблиці $u \in S(n,r)$ маємо $\prod f(\overline{x}_r^u) \in A_n$;

(ii) якщо $\prod f(\overline{x}_r) \in A_n$ та $\prod g(\overline{x}_r) \in A_n$, то $\prod f(\overline{x}_r) g(\overline{x}_r) \in A_n$, де A_n – знакозмінна група порядку n.

Теорема 2 [9]**.** *Комутант* $S'(n,r)$ *містить ті й тільки ті таблиці* $[g_1, g_2(x_1), \ldots, g_r(\overline{x}_{r-1})]$, *для яких виконується співвідношення:* $g_1 \in A_n, \quad \prod g_i(\overline{x}_{i-1}) \in A_n \quad (1 \le i \le r)$.

Теорема 3 [10]**.** *Кожна мінімальна (за кількістю елементів) система твірних групи* $S(n,r)$ *для довільного* $r \ge 2$ *містить рівно* r *елементів.*

Теорема 3 допускає природне узагальнення на випадок довільних метасиметричних груп скінченного рангу. А саме, має місце таке твердження.

Теорема 4 [10]**.** *Кожна мінімальна (за кількістю елементів) система твірних метасиметричної групи* $S(n_1, n_2, \ldots, n_r)$ *(*$n_i \ge 2$ *для* $i = 1, 2, \ldots, r$*) довільного скінченного рангу* $r \ge 2$ *містить рівно* r *елементів.*

Основний результат. При виконанні умов доведених у роботах [7, 9, 10] лем 1–6 та теорем 1–4, можна довести наступні твердження.

Лема 7. *Для довільного* $r \in \mathbf{N}$ *група* $A^{(r)}(X)$*, індукована групою автоматних перетворень на множині слів довжини* r*, має мінімальні (за кількістю елементів) системи твірних, які містять точно* r *елементів.*

Доведення. Твердження цієї леми безпосередньо випливає з теореми 3, оскільки $A^{(r)}(X) \simeq S(n,r)$.

У роботі [3] сформульовано теорему про те, що групи $A(X)$ та $K(X)$ (де $X=\{1,2,...,n\}$) не мають скінченних систем твірних. Доведення цього твердження суттєво спирається на лему про те, що кількість елементів у довільній системі твірних групи $S(n,r)=\underbrace{S_n \wr S_n \wr ... \wr S_n}_{r}$ $(n,r \in \mathbf{N},\ n>2,\ r \ge 2)$ більше або дорівнює r. Але доведення вказаної леми, яке наведене в [3], є неправильним. А саме, при доведенні будується гомоморфне відображення вінцевих добутків $S(n,r)$ при $n>2$ на групу $S(2,r)=\underbrace{S_2 \wr S_2 \wr ... \wr S_2}_{r}$ для довільних $r \ge 2$ таким чином. Використовуючи позначення автора, кожному елементу

$$\varphi=[\varphi_1(p^1),\varphi_2(p^2),...,\varphi_r(p^r)]$$

групи $S(n,r)$ (де p^i — елемент множини $F(i,n)$ слів довжини i над заданим n-елементним алфавітом; $\varphi_i:\{1,2,...,n\}^{i-1} \to S_n$; $i=1,2,...,r$) ставиться у відповідність таблиця $\varepsilon=[\varepsilon_1(p^1),\varepsilon_2(p^2),...,\varepsilon_r(p^r)]$, де $\varepsilon_i(p^i)$ — функція, задана на множині $F(i-1,n)$ зі значеннями в S_2, яка дорівнює $+1$, якщо $\varepsilon_i(p^i)$ — парна підстановка, та -1, якщо $\varepsilon_i(p^i)$ — непарна підстановка. При цьому автор [3] твердить, що ε буде елементом групи $S(2,r)$. Насправді це не так, оскільки елементами $S(2,r)$ таблиці вигляду $[\overline{\varepsilon}_1(q^1),\overline{\varepsilon}_2(q^2),...,\overline{\varepsilon}_r(q^r)]$, в яких q^i — це слова довжини $(i-1)$ над двохелементним алфавітом, тобто $\overline{\varepsilon}_i(q^i)$ — це функції, визначені на множині $F(i-1,2)$ зі значеннями в S_2. Крім того, число всіх можливих функцій $\varepsilon_i(p^i):F(i-1,n) \to \{-1,+1\}$ дорівнює $2^{|F(i-1,n)|}=2^{n^{i-1}}$ для всіх $i=1,2,...,r$. А тому кількість всіх можливих таблиць — образів $\varphi \in S(n,r)$ — вигляду $\varepsilon=[\varepsilon_1(p^1),\varepsilon_2(p^2),...,\varepsilon_r(p^r)]$ дорівнюватиме $2 \cdot 2^n \cdot 2^{n^2} \cdot ... \cdot 2^{n^{r-1}}=2^{n^r-1}$, що при $n>2$ не збігатиметься з порядком групи $S(2,r)$, який дорівнює

$$|S(2,r)|=2 \cdot 2^2 \cdot 2^{2^2} \cdot ... \cdot 2^{2^{r-1}}=2^{2^r-1}.$$

Отже, вказане відображення не є *відображенням на* $S(2,r)$ при $n>2$, як це стверджується в [3].

Можна довести, що при $n>2$ взагалі не існує жодного епіморфізму групи $S(n,r)$ на групу $S(2,r)$ для кожного $r \geq 2$. Покажемо це при $r=2$.

Якщо існує епіморфізм групи $S(n,2)$ на групу $S(2,2)$, то в $S(n,2)$ існує нормальна підгрупа індекса $|S(2,2)|=|S_2 \wr S_2|=2 \cdot 2^2=8$. Подивимося, який же вигляд мають власні нормальні підгрупи в групі $S(n,2)$ і обчислимо їх індекс.

Власні нормальні дільники групи S_n при $n \neq 4$ вичерпуються знакозмінною групою A_n та одиничною підгрупою $\{\varepsilon\}$. А тому при $n \neq 4$ проєкція по першій координаті нормальної підгрупи H групи $S_n \wr S_n$ може дорівнювати або A_n, або $\{\varepsilon\}$. Якщо вона дорівнює одиничній підгрупі, то тоді H складається з деяких таблиць вигляду $[\varepsilon; f(x)]$ (де $f(x) \in S_n^X, X=\{1,2,...n\}$), а тому її індекс є числом вигляду $n! \cdot c$, де $c \in \mathbf{N}$ — деяка константа. Але при $n>2$ $n! \cdot c \neq 8$.

Якщо ж проєкція H по першій координаті дорівнює A_n, то нормальне замикання підгрупи $H=\{[\alpha;\varepsilon] \| \alpha \in A_n\}$ – підгрупа

$$M=\{[\alpha; f(x)] \| \alpha \in A_n, \prod_x f(x) \in A_n\}.$$

Але індекс $[S_n \wr S_n : M]=4 \neq 8$.

Нехай $n=4$. Тоді група S_4 містить три власні дільники — A_4, V_4 (четвертна група Клейна) та $\{\varepsilon\}$. Отже, проєкція H по першій координаті дорівнюватиме або A_4, або V_4, або $\{\varepsilon\}$. У першому та третьому випадках всі міркування залишаються аналогічними попереднім, а в другому — для такого нормального дільника H маємо, що $[S_4 \wr S_4 : H]=6c$, де $c \in \mathbf{N}$. Оскільки $6c \neq 8$, то цей випадок теж є неможливим.

Отримали суперечність з тим, що в групі $S_n \wr S_n$ існує нормальна підгрупа індекса 8. Таким чином, епіморфізми $S_n \wr S_n$ на $S_2 \wr S_2$ не існують.

Доведені раніше твердження дають змогу навести коректне доведення нескінченно породжуваності групи автоматних підстановок.

Теорема 5. *Групи* $K(X), F(X)$ *не є скінченно породженими. Група* $A(X)$ *не є скінченно породженою навіть у топологічному розумінні.*

Доведення.

1) Припустимо, що $K(X)$ чи $F(X)$ — скінченно породжені і мають системи твірних, що складаються з s елементів. Тоді їхні образи $K^{(r)}(X) = F^{(r)}(X) = A^{(r)}(X)$ будуть s-породженими для довільного $s \geq 2$. Але при $r > s$ це неможливо, оскільки, згідно з лемою 7, група $A^{(r)}(X)$ містить мінімальну (за кількістю елементів) базу, яка складається з r елементів. Отже, $K(X)$ та $F(X)$ — нескінченно породжені.

2) Припустимо, що $A(X)$є скінченно породженою в топологічному розумінні. Тоді вона містить деяку скрізь щільну скінченно породжену підгрупу B. Оскільки B — скрізь щільна, то, за визначенням метрики на $A(X)$, це означає, що індукована дія $B^{(i)}$ групи B на множині слів довжини i збігається з індукованою дією групи $A(X)$ на цій же множині, тобто $B^{(i)} = A^{(i)}(X)$ ($i \in \mathbf{N}$, $i \geq 2$). Якщо B породжується s елементами, то й $B^{(i)}$ при довільному i породжується s елементами, що неможливо при $i > s$ за лемою 7.

Теорему 5 доведено.

Одна з незвідних систем твірних групи всіх фінітарних автоматних перетворень була побудована раніше (див. [4]). Вона є незвідною в топологічному розумінні в групах $A(X)$ та $K(X)$. Доведені нами вище теореми 1, 3 і 4 дозволяють будувати цілі сім'ї таких систем.

Далі символом $\tilde{u}(k, \overline{x}_{k-1}^{0,l}, \pi_l)$позначимо нескінченну таблицю, яка є продовженням таблиці (1) за допомогою дописування в її кінець нескінченної кількості одиничних координат. Перетворення, що визначається цією таблицею, діє на слова з X^* таким чином:

1) в образі $\tilde{y}$ слова $y = y_1 y_2 ... y_s$ може змінюватися тільки k-та літера (зокрема, слова довжини, меншої за k, не змінюються);

2) k-та літера образу $\tilde{y}$ слова y відрізняється від y_k тільки в тому випадку, коли $y_i = x_{i,l}^0$, $1 \le i \le k-1$;

3) в останньому випадку, k-та літера образу $\tilde{y}_k$ слова y визначається рівністю $\tilde{y}_k = y_k^{\pi_l}$.

Легко конструюється автомат $A(k, \overline{x}_{k-1}^{0,l}, \pi_l)$, що визначає таке перетворення. Нехай $\Pi = \{\pi_1 ... \pi_s\}$ — незвідна система твірних групи S_n, і для довільного $k \in \mathbf{N} \setminus \{1\}$, фіксовано деякий набір $\Delta_{s,k-1}$, який складається з s не обов'язково різних кортежів довжини $k-1$ над алфавітом X.

Теорема 6. *Система автоматних підстановок, визначених автоматами вигляду* $A(k, \overline{x}_{k-1}^{0,l}, \pi_l)$ $(\overline{x}_{k-1}^{0,l} \in \Delta_{s,k-1}; \pi_l \in \Pi, 1 \le l \le s, k \in \mathbf{N})$, *є незвідною системою твірних групи всіх фінітарних автоматних перетворень* $F(X)$ *і системою твірних групи* $A(X)$ *(або* $K(X)$*) в топологічному розумінні.*

Доведення. Для цього досить перевірити, що вказана система елементів є незвідною системою твірних групи $F(X)$ (оскільки друга частина твердження теореми випливає з того, що $F(X)$ є скрізь щільною підгрупою в групах $A(X)$ та $K(X)$). А це безпосередньо випливає з лем 4, 6 та теореми 1. Теорему 6 доведено.

Побудована в [4] система перетворень є системою твірних в топологічному розумінні і для групи $K(X)$. Однак, оскільки група всіх скінченно автоматних перетворень є зліченною, вона містить зліченні системи твірних в алгебраїчному розумінні.

Висновки.

У даній праці результати [7, 9, 10] застосовано для дослідження систем твірних груп автоматних підстановок, які діють на множині всіх слів над даним алфавітом або на множині слів довжини r $(r \in \mathbf{N})$ над цим алфавітом. У результаті досліджень встановлено, що група, індукована автоматними підстановками на множині слів довжини r, має мінімальну базу, яка складається рівно з r елементів. Побудовано коректне доведення нескінченної породжуваності основних груп автоматних підстановок. Наведено нові серії систем твірних груп автоматних підстановок. Результати, одержані в роботі, можна застосувати для подальшого дослідження груп, індукованих автоматними підстановками на множині слів довжини r, а також нових серій систем твірних груп автоматних підстановок.

Література:

1. Hall Marshall Jr. The Theory of Groups.– AMS Chelsea Publishing, 1976.– 434 p.

2. Глушков В.М. Абстрактная теория автоматов // Успехи мат. наук.– 1961.– 16, №5.– С.3–63.

3. Заровный В.П. Автоматные подстановки и сплетения групп // Кибернетика.– 1965.–№1.– С.29–36.

4. Чакань Б., Гечег Ф. О группе автоматных подстановок // Кибернетика.– 1965.–№1.– С.29–36.

5. Сущанський В.І. Групи автоматних підстановок // Доповіді НАН України.– 1998.–№6.– С.47–50.

6. Chillag D., Herzog M., Mann A. On the Diameter of a GraphRelated to Conjugacy Classes of Groups // Bull. London Math.Soc.– 1993.– Vol.25.– P.255–262.

7. Sikora V.S., Sushchanskii V.I. Systems of generators of automaton permutations groups // Cybernetics and Systems Analysis.– 2000.– Vol.36.– P.415–425.– https://doi.org/10.1007/BF02732992

8. Сікора В.С. Мінімальні системи твірних скінченних гіпероктаедральних, мономіальних, метасиметричних та автоматних груп підстановок. Монографія.– Чернівці: Технодрук, 2018.– 168 с.

9. Sikora V.S. Minimal Generators Systems for Groups of Automatic Permutations // International Scientific Periodical Journal "SWorldJournal".– 2021.– Issue 7, Part 2.– P.48-55.– Published by: SWorld & D.A. Tsenov Academy of Economics – Svishtov, Bulgaria.– DOI: 10.30888/2663-5712.2021-07-02-014.

10. Sikora V.S. On Systems Of Generators Of Automaton Permutation Groups //

International Scientific Periodical Journal "SWorldJournal".– 2022.– Issue 11, Part 2.– P.38–44.– Published by Academy of Economics named after D.A. Tsenov jointly with SWorld.– Svishtov, Bulgaria.– DOI: 10.30888/2663-5712.2022-11-02-006.

Abstract. *The article investigates the constructing of generators systems for automaton permutation groups that act on the set of all words over a given alphabet or on the set of words of length* $r\,(r \in \mathbf{N})$ *over this alphabet. It is established that the group induced by automaton permutations on the set of words of length* r *has a minimal base consisting of exact* r *elements. A correct proof of the infinite generation of the basic groups of automaton permutations is constructed. A new series of systems for generators groups of automaton permutations is presented.*

Key words: *system of generators, automaton permutation groups, finite automaton permutations, irreducible systems of generators.*

Стаття відправлена: 05.05.2025 г.