



УДК 330.45-46

ASPECTS OF MULTI-CRITERION SELECTION OF ADMINISTRATIVE DECISIONS

АСПЕКТИ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОГО ВИБОРУ УПРАВЛІНСЬКИХ РІШЕНЬ

Mormul M. F. / Мормуль М. Ф.*c.t.s., as.prof. / к.т.н., доц.*

ORCID: 0000-0002-8036-3236

*University of Customs and Finance, Dnipro, Volodymyr Vernadsky 2/4, 49000**Університет митної справи та фінансів, Дніпро, Володимира Вернадського 2/4, 49000***Shchyotov D. M. / Щитов Д. М.***c.e.s., as.prof. / к.ек.н.*

ORCID: 0000-0003-4306-8016

*Dnipro Faculty of Management and Business of Kyiv University of Culture,**Dnipro, Mykhailo Hrushevskiy 9, 49000**Дніпровський факультет менеджменту та бізнесу Київського університету культури,**Дніпро, Михайла Грушевського 9, 49000***Shchyotov O. M. / Щитов О. М.***c.ph.-m.s., as.prof. / к.ф.-м.н., доц.*

ORCID: 0000-0002-1435-2918

*EEC-Lyceum No. 100, Dnipro, Uspenska 1, 49000**НБК-Ліцей № 100, Дніпро, Успенська 1, 49000***Rudyanova T. M. / Рудянова Т. М.***c.ph.-m.s., as.prof. / к.ф.-м.н., доц.*

ORCID: 0000-0002-8685-4132

*University of Customs and Finance, Dnipro, Volodymyr Vernadsky 2/4, 49000**Університет митної справи та фінансів, Дніпро, Володимира Вернадського 2/4, 49000*

Анотація. Розглянуто основні проблеми багатокритеріального вибору управлінських рішень в економічних, управлінських та технічних системах. Приведена практична реалізація багатокритеріального вибору альтернатив для оцінки ефективності роботи підприємств з використанням експертних оцінок.

Ключові слова: векторна оптимізація, багатокритеріальний вибір альтернатив, експертні оцінки.

Вступ.

Економічну безпеку держави забезпечують ефективні управлінські рішення, що приймаються у виробництві, маркетингу, аналізі та аудиті, фінансах, інвестиціях, митній справі, управлінні персоналу а також оцінки ефективності функціонування систем: підприємств, фірм, робітників, техніки тощо. Ефективна діяльність складної соціально-економічної або технічної системи залежить від оптимального вибору багатьох критеріїв (показників). Такі задачі багатокритеріальної оптимізації, в яких необхідно знаходити ефективні управлінські рішення, зустрічаються часто в економіці, управлінні та техніці. І тому важливе значення має розробка моделей, методів та алгоритмів розв'язання векторних задач оптимізації та багатокритеріального вибору альтернатив.

Проблемі вибору управлінських рішень в задачах, що характеризуються кількома критеріями, в останні часи на українському просторі приділяють все більше і більше уваги. Так, у статтях [1, с.23-27], [2, с. 6-17] розглядаються



питання постановки та розв'язання багатокритеріальних задач стосовно об'єктів економічної та фінансової природи, де разом з формальними аналітичними і чисельними методами використовуються також емпіричні методи. У публікації [3, с. 203-205] розглянуто задачі проектування багатокритеріальних систем, у тому числі на об'єктах зв'язку. Багатокритеріальним задачам та методам їх розв'язання присвячені монографії [4], [5], [6], [7]. У публікації [8, с. 51-61] розглянуто інтерактивну процедуру, яка дозволяє розв'язувати неперервні задачі багатокритеріальної оптимізації без необхідності апріорного встановлення серед заданих критеріїв головного. У роботі [9, с. 67-71] розглядаються способи вибору обладнання та деталей на виробництві за допомогою багатокритеріального вибору альтернатив. Автор публікації [10, с. 324-333] застосовує багатокритеріальну оптимізацію до вибору стратегії та напряму розвитку туризму, автор статті [11, с. 41-45] – до підбору та розміщення на підприємстві персоналу, а автори публікації [12, с. 19-29] – для знаходження вірогідного лікування пацієнтів з вродженими вадами серця. У статтях [13, с. 58-64], [14, с. 84-90] приведені загальні питання та методи багатокритеріальної оптимізації, вибору альтернатив та векторна оцінка ефективності роботи систем. У монографії [15, с. 61-73] розглядаються загальні питання та алгоритм векторної оптимізації. Використання експертних оцінок наведено у роботі [16, с. 476-490]. І таке інше.

І все ж можна стверджувати, що проблемі багатокритеріальної оптимізації та вибору альтернатив присвячено недостатньо наукових робіт. У приведених розвідках розглядаються загальні проблеми векторної оптимізації та вибору альтернатив з врахуванням кількох показників, часто використовують дуже формалізований математичний апарат без практичного застосування. Недостатньо розглянуто соціально-економічних задач з врахуванням багатокритеріальності і специфіки їх розв'язання. Крім того, в цих задачах для якісних критеріїв треба використовувати експертні оцінки, що практично не робилось.

Основний текст.

Загальний вигляд задачі багатокритеріальної оптимізації:

$$\begin{aligned} \bar{f}(\bar{X}) = (f_1(\bar{X}), f_2(\bar{X}), \dots, f_n(\bar{X})) \rightarrow \underset{\bar{X} \in D}{opt} \quad n \text{ пк} \quad f_i(\bar{X}) \rightarrow \underset{\bar{X} \in D}{extr}, \quad i = \overline{1, n}; \\ D = \{\bar{X} : g_j(\bar{X}) \geq 0, \quad (j = \overline{1, m})\}, \end{aligned} \quad (1)$$

де \bar{X} – вектор керованих параметрів системи, які змінюються у певних межах і характеризують різні сторони системи; D – множина допустимих розв'язків (варіантів) системи, що задає область змінювання параметрів системи, що оптимізуються; $f_i(\bar{X})$, $(i = \overline{1, n})$ – показники ефективності (критерії якості) системи, n – кількість критеріїв, $extr$ – найкращий (екстремум), тобто максимум або мінімум критерію якості; $\bar{f}(\bar{X})$ – векторний критерій, opt – оптимізаційний оператор, який означає сукупність вимог до системи з усіх критеріїв якості, $g_j(\bar{X}) \geq 0$, $(j = \overline{1, m})$ – обмеження задачі.

Розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації полягає у виборі з



множини допустимих розв'язків D такого розв'язку \bar{X}^* , на якому критерії $f_i(\bar{X}^*)$, $(i = \overline{1, n})$ набувають якомога кращих значень. Не змінюючи загальності, критерії будемо максимізувати ($extr = max$), оскільки $\min_{\bar{X} \in D} f_i(\bar{X}) = -\max_{\bar{X} \in D} (-f_i(\bar{X}))$.

Розглянемо приклади задач багатокритеріальної оптимізації: транспортна задача (критерії – вартість, час); розподіл робіт між виконавцями (критерії – час, вартість, продуктивність, якість); планування діяльності фірми (критерії – витрати на рекламу, частка ринку, обсяг продажу); інвестування (критерії – очікуваний дохід, дисперсія доходу); ліквідація наслідків надзвичайної ситуації (критерії соціально-економічного та економіко-фінансового змісту); вибір об'єктів капіталовкладень (соціальні, економічні, технічні критерії підприємств) тощо.

При прийнятті управлінських рішень розглядаються наступні етапи: діагноз проблеми, формулювання обмежень та критеріїв, виявлення альтернатив, оцінка альтернатив, вибір альтернативи. При побудові багатокритеріальних моделей прийняття рішень повинно враховуватись наступне: особа, що приймає рішення (ОПР) структурує та уточнює модель; модель повинна бути логічно несуперечлива, давати можливість використовувати інформацію від ОПР, бути простою і зручною (хоча б не дуже громіздкою) для аналізу і використання ОПР. Критеріями приймають такі показники, що характеризують ступень досягнення поставленої мети; є загальними і вимірними для всіх припустимих рішень; характеризують загальну цінність рішень таким чином, що по ним бажають отримувати найкращі оцінки. Критерії, що застосовуються в задачах багатокритеріальної оптимізації при виборі альтернатив, повинні мати низку властивостей: повноту (критерії мають забезпечувати адекватну оцінку об'єкта експертизи чи ступеня досягнення мети); чіткість (критерії повинні мати зрозуміле для ОПР формулювання, ясний і однозначний зміст); операційність (сприяти прийняттю ефективних рішень, тобто характеризувати основні аспекти ситуації та бути доступними для отримання оцінок для кожного об'єкта по кожному з критеріїв); групування (ОПР зручно працювати з невеликою кількістю критеріїв, якщо критеріїв багато, то їх поділяють на групи); неповторність (критерії не повинні дублюватися); мінімальний розмір (до набору критеріїв включають тільки ті, без яких оцінка ситуації неможлива); вимірність (кожен критерій має допускати можливість кількісної або якісної оцінки). ОПР повинна приймати несуперечливі та транзитивні рішення при порівнянні альтернатив.

Значна роль при розв'язанні багатокритеріальних задач належить оціночним системам, які включають такі складові: критерії, що характеризують об'єкт або мету; оцінку порівняльної важливості критеріїв; шкалу для оцінки проектів по критеріям; формування принципу вибору. Оцінка об'єктів та ступені досягнення мети можуть бути вимірянні тільки за допомогою спеціальних критеріїв, що відповідають даній моделі, як кількісних, так і якісних. Якісні критерії, наприклад: імідж фірми, ступень ризику, конкурентоспроможність, ресурсозбереження, екологічна безпека, соціальна значущість проекту та об'єктивні критерії, що відносяться до майбутніх періодів, можуть бути вимірянні



тільки суб'єктивно. Тому важливим етапом є проведення процесу експертного оцінювання. Для якісних критеріїв дуже суттєвим є вибір шкали виміру. Можна виділити наступні види шкал. 1) Шкала порядку або рангова шкала (упорядкована або ранжована послідовність об'єктів відповідно до зменшення їх значущості з визначенням рангу об'єкта). 2) Бальна шкала відмінностей (визначає, наскільки показник одного об'єкту відрізняється від іншого). 3) Бальна шкала відносин (показує, у скільки разів показник по одному об'єкту відрізняється від іншого). 4) Шкала попарного порівняння (визначає перевагу одного об'єкта над іншим у кожній парі). 5) Вербально-числові шкали (шкала відмінностей словесних оцінок числовим). Поширеною є шкала Харінгтона (таблиця 1).

Таблиця 1 – Шкала Харінгтона

№ з/н	Змістовний опис градацій	Числові інтервали
1	Надвисока	0,8 – 1,0
2	Висока	0,63 – 0,8
3	Середня	0,37 – 0,63
4	Низька	0,2 – 0,37
5	Надзвичайно низька	0 – 0,2

Джерело: [17, с. 15-16].

При оцінці об'єктів та ступеня досягнення мети прийняття управлінських рішень по критеріям, що допускають лише суб'єктивну оцінку експертів та ОПР, важливі розробка та використання спеціальних шкал, що виражають специфіку критеріїв, груп об'єктів, мети при прийнятті управлінського рішення. Формування вербально-числової шкали можна розбити на два етапи: вибір градацій (поділ) шкали, визначення числових значень градацій шкали. Змістовні інтерпретації набору градацій повинні бути зрозумілими, логічними і прийматися усіма експертами, що приймають участь у виробці управлінських рішень.

За багатокритеріальної оптимізації виникають три основні проблеми. Перша проблема пов'язана з вибором принципу оптимальності, який дає відповідь на запитання: в якому сенсі оптимальна альтернатива (розв'язок) краще за всі інші допустимі розв'язки. Сукупність показників якості системи доводиться порівнювати на основі деякої схеми компромісу, що відповідає методам розв'язку багатокритеріальних задач. Друга проблема пов'язана з нормалізацією векторного критерію ефективності $\bar{f}(\bar{X}) = \{f_1(\bar{X}), \dots, f_n(\bar{X})\}$. Оскільки дуже часто локальні критерії якості системи мають різні масштаби виміру, і їх порівняння стає важким або навіть неможливим, доводиться зводити критерії до одного масштабу виміру, тобто нормалізувати їх (зазвичай зводити до безрозмірних величин). Третя проблема пов'язана з урахуванням пріоритету (ступеня важливості) частинних критеріїв, для чого вводиться вектор розподілу важливості (пріоритету) критеріїв $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$, за допомогою якого корегується принцип оптимальності і підсилюється або ослаблюється роль відповідного критерію $(\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1)$. Усі ці труднощі мають не обчислювальний, а



концептуальний характер, тому при розв'язку цих проблем повинна брати участь ОНР. Задача векторної оптимізації (1) зводиться до скалярної задачі: $F(\bar{X}) \rightarrow \underset{\bar{X} \in D}{extr}$, де $F(\bar{X})$ – інтегральний критерій якості (узагальнена функція мети), який є інтеграцією усіх показників якості системи (об'єкту, мети) $f_i(\bar{X})$, ($i = \overline{1, n}$). Цю функцію отримують у чіткому вигляді – шляхом задання математичної формули, яка відповідає заданому принципу оптимальності, або в нечіткому вигляді – шляхом побудови алгоритму, що реалізує задану схему компромісу. Класифікація та опис методів багатокритеріальної оптимізації наводились, наприклад, у роботі [13, с. 61-62], де зазначались різні групи методів векторної оптимізації, типи згорток до узагальненої інтегральної функції мети, а також алгоритми побудови неявної інтегральної функції мети. Ці методи зводяться до одного або багатьох разів розв'язання скалярних екстремальних задач математичного програмування, які можуть бути в залежності від математичної моделі: лінійними, цілочисловими, бульовими, дискретними, нелінійними тощо. Такі моделі можуть бути досить складними: багатопараметричними, багатокритеріальними та багатоекстремальними. Розв'язання цих задач залежить від ефективного алгоритму побудови узагальненого критерію та алгоритмів і програм розв'язання скалярних екстремальних задач. Розв'язок задачі (1) знаходиться серед ефективних розв'язків за Перето. Вектор $\bar{X}^* \in D$ є ефективним розв'язком задачі (1), якщо не існує такого вектору $\bar{X} \in D$, що $f_i(\bar{X}) \geq f_i(\bar{X}^*)$, ($i = \overline{1, n}$), причому хоча б для одного значення i має місце строга нерівність. Область Парето – це є множина допустимих розв'язків, для яких неможливо одночасно покращити усі показники (тобто покращити хоча б один з них, не погіршуючи інших).

Під час прийняття управлінських рішень часто необхідно провести багатокритеріальний аналіз альтернатив, не використовуючи оптимізації критеріїв, як задач математичного програмування. Ці задачі мають специфічний характер розв'язання. Припустимо, що задано n критеріїв ефективності функціонування системи: f_1, \dots, f_n та m альтернатив: A_1, \dots, A_m (стратегій, проектів тощо) при заданих зовнішніх умовах. Множина допустимих планів D є сукупність альтернатив: $D = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$. Відомі (обчислені) значення всіх критеріїв для кожної з альтернатив: $f_j(A_i) = f_{ij}$. Домінуючі стратегії (альтернативи), тобто такі, для яких усі критерії приймають значення не гірші за інших значень критеріїв на відповідних альтернативах – зустрічаються дуже рідко. Тому доводиться застосовувати методи багатокритеріального вибору з певним принципом компромісу. Ці задачі інколи розв'язуються методами порівняння альтернатив та методами компенсації [14, с. 88], які мають ряд недоліків, наприклад, не враховують важливість критеріїв. Використання формальних методів істотно підвищує якість прийняття рішень. Розглянемо ряд методів багатокритеріального вибору альтернатив для практичної задачі – оцінки ефективності функціонування системи. Але спочатку розглянемо нормалізацію критеріїв ефективності, оскільки вони мають різні одиниці виміру, з метою їх зведення до єдиного безрозмірного масштабу виміру (якщо критерії є



однорідними – мають однакові одиниці виміру, то їх необов'язково нормалізувати). Припускається, що перші l критеріїв $f_j, (j = \overline{1, l})$ максимізуються, а решта $(n - l)$ критеріїв $f_j, (j = \overline{l+1, n})$ мінімізуються. Найчастіше використовують наступні види нормалізації: абсолютну, відносну і природну. Відповідно до принципу максимальної ефективності (критеріальні оцінки альтернатив мають позитивний інгредієнт) нормалізовані критерії визначаються наступним чином.

Абсолютна нормалізація: $f_{ij}^0 = f_{ij} - f_j^{\min}, j = \overline{1, l}; f_{ij}^0 = f_j^{\max} - f_{ij}, j = \overline{l+1, n}.$ (2)

Відносна нормалізація: $f_{ij}^0 = \frac{f_{ij}}{f_j^{\max}}, j = \overline{1, l}; f_{ij}^0 = 1 - \frac{f_{ij}}{f_j^{\max}}, j = \overline{l+1, n}.$ (3)

Природна нормалізація:

$$f_{ij}^0 = \frac{f_{ij} - f_j^{\min}}{f_j^{\max} - f_j^{\min}}, j = \overline{1, l}; f_{ij}^0 = \frac{f_j^{\max} - f_{ij}}{f_j^{\max} - f_j^{\min}}, j = \overline{l+1, n}.$$
 (4)

f_{ij} – значення j -го критерію для i -ї альтернативи, $f_j = f_j(A_i)$; $f_j^{\max}, f_j^{\min}, (j = \overline{1, n})$ – максимальні та мінімальні значення критеріїв для всіх альтернатив:

$$f_j^{\max} = \max_i f_{ij}; f_j^{\min} = \min_i f_{ij}, i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}.$$
 (5)

Відповідно до принципу мінімальної втрати (критеріальні оцінки альтернатив мають негативний інгредієнт) нормалізовані критерії визначаються наступним чином.

Абсолютна нормалізація:

$$f_{ij}^0 = f_j^{\max} - f_{ij}, j = \overline{1, l}; f_{ij}^0 = f_{ij} - f_j^{\min}, j = \overline{l+1, n}.$$
 (6)

Відносна нормалізація:

$$f_{ij}^0 = 1 - \frac{f_{ij}}{f_j^{\max}}, j = \overline{1, l}; f_{ij}^0 = \frac{f_{ij}}{f_j^{\max}}, j = \overline{l+1, n}.$$
 (7)

Природна нормалізація:

$$f_{ij}^0 = \frac{f_j^{\max} - f_{ij}}{f_j^{\max} - f_j^{\min}}, j = \overline{1, l}; f_{ij}^0 = \frac{f_{ij} - f_j^{\min}}{f_j^{\max} - f_j^{\min}}, j = \overline{l+1, n}.$$
 (8)

Нормалізація за формулами (8) є нормалізацією Севіджа. Абсолютна нормалізація зберігає одиниці вимірювання у критеріїв. Відносна нормалізація має недолік у тому, що суттєво залежить від максимально можливого рівня критеріїв, що визначаються умовами задачі. Якщо ОПР визначає (суб'єктивно) рівні «ідеальної» якості альтернатив, задаючи фіксовані величини $f_j^\phi, (j = \overline{1, n})$, то у формулах (3), (7) покладають замість f_j^{\max} значення $f_j^\phi, (j = \overline{1, n})$. Суттєвим недоліком цього методу нормалізації є складність і суб'єктивність щодо визначення величин $f_j^\phi, (j = \overline{1, n})$. Це призводить до суб'єктивних



нормалізованих оцінок якостей стратегій. Нормалізовані згідно з природною нормалізацією елементи f_{ij}^0 приймають свої значення з проміжку $[0; 1]$ і є безрозмірними, що й зумовлює широке використання їх на практиці.

Розглянемо наступну багатокритеріальну задачу оцінки ефективності роботи підприємств. Ефективність діяльності шести підприємств (альтернативи $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$) визначається за допомогою семи критеріїв якості: прибутку, доходів, фондівддачі, продуктивності, собівартості одиниці продукції, конкурентоспроможності, екологічної безпеки протягом планованого періоду. Необхідно провести ранжування ефективності роботи підприємств. Вихідні дані приведені в таблиці 2.

Таблиця 2 – Результати ранжування ефективності роботи підприємств

Альтернативи (підприємства), A_i	Цілі (критерії)						
	Прибуток, тис. гр. од., f_1	Собівартість одиниці продукції, гр. од., f_2	Доходи, тис. гр. од., f_3	Фондовіддача, ум. од., f_4	Продуктивність, ум. од., f_5	Конкурентоспроможність, бали, f_6	Екологічна безпека, бали, f_7
A_1	15	37	19	0,2	310	8,4	3,6
A_2	22	20	30	0,3	200	5,7	4,8
A_3	25	15	34	0,15	230	6,6	5
A_4	23	30	35	0,4	150	8,4	6,4
A_5	16	12	22	0,2	280	7,8	6,6
A_6	24	20	39	0,25	190	6,8	5,6

Авторська розробка.

Перші п'ять критеріїв є кількісними і їх значення отримані для кожного підприємства в абсолютних або умовних одиницях. Останні два критерії є якісними і для отримання значень по ним для кожного підприємства використовуємо експертні оцінки. Припустимо, експерти для даних критеріїв можуть проставити бали (використати бальну шкалу відмінностей). П'ятеро експертів проставили наступні бали ефективності в 10-бальній системі для кожного підприємства по VI критерію: I експерт – 8; 5; 6; 9; 8; 7; II експерт – 7; 6; 5; 9; 7; 8; III експерт – 9; 5; 7; 8; 9; 6; IV експерт – 8; 6; 7; 9; 6; 7; V експерт – 10; 4; 8; 7; 9; 6. По VII критерію: I експерт – 4; 6; 5; 6; 8; 7; II експерт – 3; 5; 4; 7; 7; 6; III експерт – 5; 4; 6; 8; 7; 5; IV експерт – 2; 5; 4; 6; 5; 6; V експерт – 4; 4; 6; 5; 6; 4.

Використовувалась наступна відповідність між вербальними характеристиками та балами: $[0, 2)$ – надзвичайно низька якість; $[2, 3)$ – низька якість; $[3, 6)$ – середня якість; $[6, 9)$ – висока якість; $[9, 10]$ – надзвичайно висока якість.

Групову оцінку експертів будемо обчислювати за формулою: $f_{ij} = \sum_{k=1}^p q_k f_{ijk}$,

де f_{ijk} – оцінка (бал) k -го експерта для оцінки j -го критерію f_j для i -ої альтернативи A_i , $i = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, n}$; $k = \overline{1, p}$; ($m = 6$; $n = 7$; $p = 5$); q_k – ваговий коефіцієнт компетентності для k -го експерта. Ступінь вірогідності оцінок виражаються за



допомогою вагових коефіцієнтів, що характеризують компетентність кожного експерта з аналізованої проблеми. Вагові коефіцієнти залежать від ступені знайомства кожного експерта з аналізованою проблемою k_z і ступені впливу різних джерел в аргументації на формування думки кожного експерта k_a : $q_k = \varphi(k_{zk}, k_{ak})$. Коефіцієнт знайомства може визначатися в результаті прямої самооцінки, коли кожен експерт, наприклад, за десятибальною шкалою оцінює ступінь свого знайомства з обговореною проблемою (інтегральна самооцінка). Використовуються наступні діапазони: 0 – незнайомий; (0, 3] – погано знайомий; (3, 6] – задовільно знайомий але практично не вивчав; (6, 9) – добре знайомий і практично зустрічався; [9, 10] – прекрасно знайомий (вузький фахівець з проблеми). Коефіцієнт аргументованості k_a може бути отриманий за формулою:

$k_a = \frac{k_d + k_c}{2}$, де k_d – коефіцієнт довіри, що установлює відповідність між галуззю спеціалізації експерта, рівнем його спеціалізації і рівнем обговорюваної проблеми; k_c – коефіцієнт відповідності експерта пропонованим до нього вимогам, що характеризує творчі можливості експерта його практичної і науково-організаційної роботи. Для визначення коефіцієнта k_c кожен експерт заповнює спеціальну таблицю, по якій нараховуються бали. Бал компетентності кожного експерта визначається за формулою:

$$c_k = \frac{k_{zk} + k_{ak}}{2} = \frac{k_{zk} + \frac{k_{dk} + k_{ck}}{2}}{2} = \frac{2k_{zk} + k_{dk} + k_{ck}}{4}.$$

А результируючий коефіцієнт компетентності обчислюється так:

$$q_k = \frac{c_k}{\sum_{k=1}^p c_k}, \quad k = \overline{1, p}.$$

Для спрощення припускаємо, що коефіцієнти компетентності

кожного експерта рівні: $q_k = \frac{1}{p}$, ($k = \overline{1, p}$). Тоді групова оцінка експертів обчислюється за формулою:

$$f_{ij} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p f_{ijk}.$$

Для нашої задачі:

$$f_{16} = \frac{1}{5}(8+7+9+8+10) = 8,4; \quad f_{26} = \frac{1}{5}(5+6+5+6+4) = 5,7; \quad f_{36} = \frac{1}{5}(6+5+7+7+8) = 6,6;$$

$$f_{46} = \frac{1}{5}(9+9+8+9+7) = 8,4; \quad f_{56} = \frac{1}{5}(8+7+9+6+9) = 7,8; \quad f_{66} = \frac{1}{5}(7+8+6+7+6) = 6,8;$$

$$f_{17} = \frac{1}{5}(4+3+5+2+4) = 3,6; \quad f_{27} = \frac{1}{5}(6+5+4+5+4) = 4,8; \quad f_{37} = \frac{1}{5}(5+4+6+4+6) = 5;$$

$$f_{47} = \frac{1}{5}(6+7+8+6+5) = 6,4; \quad f_{57} = \frac{1}{5}(8+7+7+5+6) = 6,6; \quad f_{67} = \frac{1}{5}(7+6+5+6+4) = 5,6.$$

Ці середні оцінки експертів критеріїв f_6 та f_7 занесемо у таблицю 3.

Значення критеріїв у таблиці 3 приведені у різних одиницях виміру, тому



приводимо їх до безрозмірного вигляду згідно формулам (4). При цьому враховуємо, що критерії $f_1, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7$ максимізуються, а критерій f_2 мінімізується. Отримаємо нормалізовані значення показників (таблиця 3).

Таблиця 3 – Нормалізовані значення показників

Альтернативи	Цілі (критерії)						
	f_1^0	f_2^0	f_3^0	f_4^0	f_5^0	f_6^0	f_7^0
A_1	0	0	0	0,2	1	1	0
A_2	0,3	0,68	0,55	0,6	0,3125	0	0,4
A_3	1	0,88	0,75	0	0,5	0,(3)	0,4(6)
A_4	0,8	0,28	0,8	1	0	1	0,9(3)
A_5	0,1	1	0,15	0,2	0,8125	0,(7)	1
A_6	0,9	0,68	1	0,4	0,25	0,(407)	0,(6)

Авторська розробка.

Розв'яжемо задачу кількома методами.

1. Метод рівномірної оптимальності.

$$F(A^*) = \max_i \sum_{j=1}^n f_{ij}^0 \text{ або } F(A^*) = \max_i F_i(A_i), \quad i = \overline{1, m}; \quad F_i = \sum_{j=1}^n f_{ij}^0,$$

A^* – найкраща альтернатива.

$$\begin{aligned} & \max \{0 + 0 + 0 + 0,2 + 1 + 1 + 0; 0,3 + 0,68 + 0,55 + 0,6 + 0,3125 + 0 + 0,4; \\ & 1 + 0,88 + 0,75 + 0 + 0,5 + 0,(3) + 0,4(6); 0,8 + 0,28 + 0,8 + 1 + 0 + 1 + 0,9(3); \\ & 0,1 + 1 + 0,15 + 0,2 + 0,8125 + 0,(7) + 1; 0,9 + 0,68 + 1 + 0,4 + 0,25 + 0,(407) + 0,(6)\} = \\ & = \max \{2,2; 2,8425; 3,93; 4,8133; 4,0403; 4,3041\} = 4,8133. \end{aligned}$$

Згідно принципу рівномірної оптимальності маємо наступне ранжування ефективності роботи підприємств (у порядку зменшення): $A_4, A_6, A_5, A_3, A_2, A_1$.

2. Метод справедливого компромісу.

$$F(A^*) = \max_i \prod_{j=1}^n f_{ij}^0 \text{ або } F(A^*) = \max_i F_i(A_i), \quad i = \overline{1, m}; \quad F_i = \prod_{j=1}^n f_{ij}^0.$$

$$\begin{aligned} & \max \{0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0,2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0; 0,3 \cdot 0,68 \cdot 0,55 \cdot 0,6 \cdot 0,3125 \cdot 0 \cdot 0,4; 1 \cdot 0,88 \cdot 0,75 \cdot 0 \cdot 0,5 \cdot 0,(3) \cdot 0,4(6); \\ & 0,8 \cdot 0,28 \cdot 0,8 \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 0,9(3); 0,1 \cdot 1 \cdot 0,15 \cdot 0,2 \cdot 0,8125 \cdot 0,(7) \cdot 1; 0,9 \cdot 0,68 \cdot 1 \cdot 0,4 \cdot 0,25 \cdot 0,(407) \cdot 0,(6)\} = \\ & = \max \{0; 0; 0; 0; 0,0019; 0,0166\} = 0,0166. \end{aligned}$$

За цим методом найефективніше працює шосте підприємство (A_6), потім п'яте (A_5), далі йдуть усі інші підприємства разом. Якщо підприємство отримало найгірше значення хоча б по одному критерію, тоді інтегральне значення показника дорівнює 0 (у цьому недолік цього методу).

3. Метод вагової згортки критеріїв.

$$F(A^*) = \max_i \sum_{j=1}^n \alpha_j f_{ij}^0 \text{ або } F(A^*) = \max_i F_i(A_i); \quad F_i = \sum_{j=1}^n \alpha_j f_{ij}^0,$$

де α_j – вагові коефіцієнти критеріїв ($\sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$).

Ці коефіцієнти або отримують експерти в результаті проведення експертизи одним із методів, або їх визначає ОПР.

Припустимо, ОПР задає ненормовані вагові коефіцієнти критеріїв в 10-



бальній шкалі. Тоді нормуючи ці коефіцієнти, отримуємо:

$$\alpha_i = \frac{\alpha_i^0}{\sum_{i=1}^n \alpha_i^0}, \quad i = \overline{1, n}, \quad \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \right).$$

Для нашої задачі ОПР задала такі коефіцієнти:

$$\alpha_1^0 = 9; \alpha_2^0 = 4; \alpha_3^0 = 8; \alpha_4^0 = 2; \alpha_5^0 = 6; \alpha_6^0 = 6; \alpha_7^0 = 5; \sum_{i=1}^n \alpha_i^0 = 40.$$

$$\alpha_1 = 0,225; \alpha_2 = 0,1; \alpha_3 = 0,2; \alpha_4 = 0,05; \alpha_5 = 0,15; \alpha_6 = 0,15; \alpha_7 = 0,125.$$

$$F_1 = 0,225 \cdot 0 + 0,1 \cdot 0 + 0,2 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,2 + 0,15 \cdot 1 + 0,15 \cdot 1 + 0,125 \cdot 1 = 0,2925;$$

$$F_2 = 0,225 \cdot 0,3 + 0,1 \cdot 0,68 + 0,2 \cdot 0,55 + 0,05 \cdot 0,6 + 0,15 \cdot 0,3125 + 0,15 \cdot 0 + 0,125 \cdot 0,4 = 0,3724;$$

$$F_3 = 0,225 \cdot 1 + 0,1 \cdot 0,88 + 0,2 \cdot 0,75 + 0,05 \cdot 0 + 0,15 \cdot 0,5 + 0,15 \cdot 0,3 + 0,125 \cdot 0,4(6) = 0,6463;$$

$$F_4 = 0,225 \cdot 0,8 + 0,1 \cdot 0,28 + 0,2 \cdot 0,8 + 0,05 \cdot 1 + 0,15 \cdot 0 + 0,15 \cdot 1 + 0,125 \cdot 0,9(3) = 0,6847;$$

$$F_5 = 0,225 \cdot 0,1 + 0,1 \cdot 1 + 0,2 \cdot 0,15 + 0,05 \cdot 0,2 + 0,15 \cdot 0,8125 + 0,15 \cdot 0,7 + 0,125 \cdot 1 = 0,5260;$$

$$F_6 = 0,225 \cdot 0,9 + 0,1 \cdot 0,68 + 0,2 \cdot 1 + 0,05 \cdot 0,4 + 0,15 \cdot 0,25 + 0,15 \cdot 0,4(7) + 0,125 \cdot 0,6 = 0,6724.$$

Згідно методу вагової згортки критеріїв маємо наступне ранжування ефективності роботи підприємств: $A_4, A_6, A_3, A_5, A_2, A_1$. Якщо змінювати пріоритети критеріїв, то буде, взагалі кажучи, змінюватись і порядок ранжованих альтернатив. Цей метод більш гнучкий і дозволяє визначати пріоритет ефективності роботи підприємств в залежності від вагових коефіцієнтів критеріїв.

4. Метод ідеальної точки (гарантованого результату або рівномірного стиснення).

$$F(A^*) = \min_i \max_j [\max_i f_{ij}^0 - f_{ij}^0] \text{ або } F(A^*) = \min_i \max_j [f_j^{0\max} - f_{ij}^0],$$

$$\text{де } f_j^{0\max} = \max_i f_{ij}^0.$$

Цей метод відповідає принципу Севіджа. Максимальні значення критеріїв $f_j^{0\max} = 1$. Матриця відхилень значень критеріїв від найкращих значень (аналог матриці ризику) має вигляд: $R = (r_{ij})_{mn}$, де $r_{ij} = f_j^{0\max} - f_{ij}^0$, ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$).

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0,8 & 0 & 0 & 1 \\ 0,7 & 0,32 & 0,45 & 0,4 & 0,6875 & 1 & 0,6 \\ 0 & 0,12 & 0,25 & 1 & 0,5 & 0,(6) & 0,5(3) \\ 0,2 & 0,72 & 0,2 & 0 & 1 & 0 & 0,0(6) \\ 0,9 & 0 & 0,85 & 0,8 & 0,1875 & 0,(2) & 0 \\ 0,1 & 0,32 & 0 & 0,6 & 0,75 & 0,(592) & 0,(3) \end{pmatrix}$$

Максимальні відхилення по кожній з шести альтернатив мають наступні значення: 1; 1; 1; 1; 0,9; 0,75. Виберемо мінімальне з цих відхилень: $\min\{1; 1; 1;$



$1; 0,9; 0,75\} = 0,75$. За цим методом найефективніше працює шосте підприємство (A_6), потім п'яте (A_5), далі йдуть усі інші підприємства разом. Результати та висновки для цього методу збігаються з методом справедливого компромісу.

5. Метод досягання недосяжного результату.

$$F(A^*) = \min_i \sqrt{\sum_{j=1}^n [\max_i f_{ij}^0 - f_{ij}^0]^2} \quad \text{або} \quad F(A^*) = \min_i \sqrt{\sum_{j=1}^n [f_j^{0\max} - f_{ij}^0]^2},$$

де $f_j^{0\max} = \max_i f_{ij}^0$.

Аналогічно попередньому методу знаходимо матрицю R . Обчислюємо мінімальні значення із квадратних коренів сум квадратів елементів матриці R по рядкам.

$$\begin{aligned} & \min \{ \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2 + 0,8^2 + 0^2 + 0^2 + 1^2}; \sqrt{0,7^2 + 0,32^2 + 0,45^2 + 0,4^2 + 0,6875^2 + 1^2 + 0,6^2}; \\ & \sqrt{0^2 + 0,12^2 + 0,25^2 + 1^2 + 0,5^2 + 0,(6)^2 + 0,5(3)^2}; \sqrt{0,2^2 + 0,72^2 + 0,2^2 + 0^2 + 1^2 + 0^2 + 0,0(6)^2}; \\ & \sqrt{0,9^2 + 0^2 + 0,85^2 + 0,8^2 + 0,1875^2 + 0,(2)^2 + 0^2}; \sqrt{0,1^2 + 0,32^2 + 0^2 + 0,6^2 + 0,75^2 + 0,(592)^2 + 0,(3)^2} \} = \\ & = \min \{ 2,1541; 1,6696; 1,4338; 1,2660; 1,5023; 1,2236 \} = 1,2236. \end{aligned}$$

Згідно методу досягання недосяжного результату маємо наступне ранжування ефективності роботи підприємств: $A_6, A_4, A_3, A_5, A_2, A_1$.

Використовують й інші методи при багатокритеріальному виборі альтернатив: метод головного критерію, лексикографічного упорядкування критеріїв, послідовних поступок, використання контрольних показників і таке інше.

Висновки.

Ефективності роботи підприємств достатньо суттєво залежать від використання методу багатокритеріального вибору альтернатив. Для різних соціально-економічних і технічних моделей треба обґрунтувати застосування принципу оптимальності і відповідного метода. Результати залежать також від повноти критеріїв ефективності, вагових коефіцієнтів кожного критерію, вагових коефіцієнтів компетентності експертів при наявності якісних критеріїв та методики проведення експертизи при отриманні кількісних значень для якісних показників. Приведена методика ефективно була реалізована на Excel. В перспективі необхідно використовувати дану методику для різних реальних соціально-економічних багатокритеріальних моделей з обґрунтуванням використання того або іншого методу, застосовувати експертні методи при наявності якісних критеріїв також з обґрунтуванням доцільності того чи іншого методу, шкал критеріїв, коефіцієнтів ваги критеріїв та компетентності експертів в залежності від специфіки моделі та можливостей експертів, визначати узгодженість думок експертів. Необхідно розробити комплекс програм для реалізації даної методики. В перспективі також необхідно розглядати багатокритеріальні задачі прийняття рішень не тільки в умовах визначеності але і в умовах ризику та невизначеності. Розроблену методику багатокритеріального вибору альтернатив ефективно можна використовувати у виробництві, маркетингу, аналізі та аудиті, фінансах, інвестиціях, митній справі, управлінні



персоналу, при плануванні та керуванні різними організаційними та автоматизованими системами (заводами, виробництвами, торговими комплексами, корпоративними системами, фірмами, системами транспорту і зв'язку, екологічними системами і т. ін.), виборі перспективних проектів, об'єктів капіталовкладень, при оцінюванні ефективності діяльності різних систем (підприємств, фірм, робітників, техніки), якості промислової продукції, рівня технічної досконалості пристроїв, устаткувань, верстатів тощо з метою прийняття ефективних управлінських рішень при керуванні соціально-економічними та технічними системами для максимального забезпечення економічної безпеки держави.

Література:

1. Глущенко М. Методи розв'язку багатокритеріальної задачі оптимізації механізмів фінансової підтримки суб'єктів зовнішньоекономічної діяльності // Інвестиційно-інноваційна діяльність, бюджетна і податкова політика. – 2015. – Вип. 2(112). – С. 23-27.
2. Гадецька С. В., Дубницький В. Ю., Кушнерук Ю. І., Ходирев О. І., Шкодін І. В. Багатокритеріальна (векторна) оптимізація портфеля валют при нестохастично невизначеному зовнішньому економічному середовищі // Системи обробки інформації. – 2021. – Вип. 3(166). – С. 6-17.
3. Чеботарьова Д., Безрук В. Автоматизація вибору оптимальних проектних варіантів систем зв'язку на основі методів багатокритеріальної оптимізації // Information and communication technologies, electronic engineering. – 2021. – Vol. 1, No. 2. – P. 54-61.
4. Сєдих О. Л. Багатокритеріальна оптимізація / О. Л. Сєдих, О. О. Савчук // Інформаційні технології – 2019 (ІТ-2019): збірник тез VI Всеукраїнської науково-практичної конференції молодих науковців, 16 травня 2019 р. – Київ : Ун-т ім. Б. Грінченка, 2019. – С. 203-205.
5. Кондрук Н. Е., Маляр М. М. Багатокритеріальна оптимізація лінійних систем: Навчальний підручник. – Ужгород: РА «АУТДОР-ШАРК», 2019. – 76 с.
6. Ситник Ю. О. Дослідження методів багатокритеріальної оптимізації для перетворення серійного виробництва до масового. – Харків, 2020 / URL: <https://openarchive.nure.ua/server/api/core/bitstreams/156c7e5f-e96d-4445-ba1c-ae457e0a3d1a/content>.
7. Михайлов В. Т. Порівняльний аналіз алгоритмів чисельного розв'язання задач нелінійного програмування. Алгоритм багатокритеріальної оптимізації. – Суми, 2020. / URL: https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream-download/123456789/82227/1/Mikhailov_mag_rob.pdf.
8. Галузинський Г. П. Багатокритеріальна оптимізація з використанням показникових функцій // Моделювання та інформаційні системи в економіці: Збірник наукових праць. – Київ: КНЕУ, 2019. – С. 51-61.
9. Івченко Р. А., Купін А. І. Дослідження методів багатокритеріальної оптимізації для вибору обладнання або деталей на виробництві // Інформатика, обчислювальна техніка та автоматизація. – 2021. – Т. 32(71), ч.1. - № 1. – С. 67-71.



10. Grytsiuk M. Yu. Багатокритеріальна оптимізація структури проекту стратегічного розвитку туризму на регіональному рівні // Науковий вісник НЛТУ України. – 2015. – Том 25. – № 2. – С. 324-333.

11. Скворчевський О. Є. Багатокритеріальна оптимізація процесів підбору та розміщення персоналу на підприємстві // Вісник Національного технічного університету "ХПІ": збірник наукових праць. Сер.: Економічні науки. – Харків: НТУ "ХПІ", 2016. – № 47 (1219). – С. 41-45.

12. Бабенко В. О., Носовець О. К. Вирішення багатокритеріальної задачі оптимізації з використанням генетичного алгоритму та методу аналізу ієрархій // Індуктивне моделювання складних систем. – 2019. – Вип. 11. – С. 19-29.

13. Мормуль М. Ф., Щитов Д. М. Багатокритеріальна оптимізація та вибір альтернатив під час прийняття управлінських рішень // Вісник АМСУ. – 2005. – № 3. – С. 58-64.

14. Мормуль М. Ф., Буланова Н. С., Франко Н. В., Щитов О. М. Прийняття управлінських рішень щодо оцінки ефективності роботи систем за допомогою багатокритеріальної оптимізації // Вісник АМСУ. – 2005. – № 4. – С. 84-90.

15. Кігель В. Р. Методи і моделі підтримки прийняття рішень у ринковій економіці: Монографія. – К.: ЦУЛ, 2003. – 202 с.

16. Ульянченко О. В. Дослідження операцій в економіці: Підручник для студентів вузів. – Харків: Гриф, 2002. – 580 с.

17. Зіатдінов Ю. К., Воронін А. М. Багатокритеріальна оцінка проблемних ситуацій // Проблеми інформатизації та управління. – 2022. – № 3(71). – С. 12-16.

Abstract. The main problems of multi-criteria selection of management solutions in economic, management and technical systems are considered. The practical implementation of the multi-criteria selection of alternatives for evaluating the efficiency of enterprises with the use of expert evaluations is given.

Keywords: vector optimization, multi-criteria selection of alternatives, expert evaluations.

Стаття відправлена: 13.05.2023 р.

© Мормуль М. Ф.